第20講　ドップラー効果

1

一定の振動数f_0の音を出している音源がある。観測者，音源，反射板がこの順に一直線上に並んでいる。いま，観測者と音源は静止し，反射板は面を進行方向に垂直に保ちながら一定の速さvで音源に向かって動いている。このとき観測者は，音源からの直接音と反射板からの反射音とによって生じるうなりを聞く。このうなりの回数が風によってどのように影響されるかを考える。

無風状態での音の速さをVとして，反射板の速さvと風の速さwはVに比べて十分に小さいとする。次の文中の［　　］に適切な数式を書き入れよ。

(1)　観測者が聞く直接音の振動数をf_d，反射音の振動数をf_rとすると，単位時間に観測者が聞くうなりの回数fは$f=$［(ア)］である。

(2)　まず，風がない場合（$w=0$）を考える。反射板が受けとる音の振動数f_1は，v，V，f_0を用いて$f_1=$［(イ)］と表される。観測者に届く反射音の振動数f_rをv，V，f_1を使って表すと$f_r=$［(ウ)］となる。したがってf_rは，v，V，f_0を用いて$f_r=$［(エ)］と表される。いっぽう，観測者に届く直接音の振動数f_dは$f_d=$［(オ)］である。これらのことから，単位時間に観測者が聞くうなりの回数fはv，V，f_0を用いて$f=$［(カ)］と求まる。

(3)　次に，速さwの一様な風が観測者から反射板に向かって吹いている場合を考える。音は，風の吹く向きには［(キ)］の速さで，風とは逆の向きには［(ク)］の速さで伝わる。このことを考慮すると，反射板が受けとる音の振動数f_1'は，v，w，V，f_0を用いて$f_1'=$［(ケ)］と表される。また，観測者の受けとる反射音の振動数f_r'は，v，w，V，f_1'を使って表すと$f_r'=$［(コ)］である。したがってf_r'は，v，w，V，f_0を用いて$f_r'=$［(サ)］と表される。いっぽう直接音は，振動数$f_d'=$［(シ)］の波として観測者に届く。以上のことから，単位時間に観測者が聞くうなりの回数f'は，v，w，V，f_0を用いて$f'=$［(ス)］と表される。

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

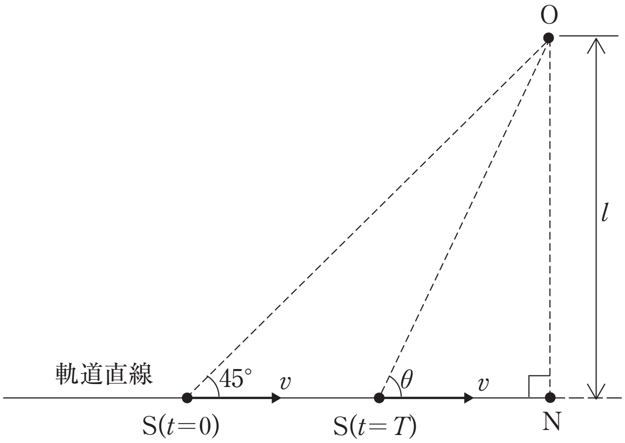
＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

図のように，振動数 f [Hz] をもつ点音源が音速 c [m/s] よりも遅い速度 v [m/s] で等速直線運動しながら，点 O に静止している観測者に近づいている。音源の位置 S の軌道である直線（軌道直線）と点 O との距離 ON は l [m] である。また，はじめの時刻 $t = 0$ で点 O と S を結ぶ直線 OS と軌道直線とのなす角度は 45° であった。以下の問に答えなさい。



問１　T [s] 後（時刻 $t = T$）に軌道直線と OS とのなす角度を θ とする。$\tan\theta$ を c，f，l，T および v のうち必要なものを用いて表しなさい。

問２　時刻 $t = T$ で放射された音が点 O で観測される振動数を c，v および θ を用いて表しなさい。

問３　点 N に達した瞬間に放射された音が点 O で観測される波長を c，f，l および v のうち必要なものを用いて表しなさい。

問４　$c = 330$ [m/s] とする。$\theta = 60°$ のときに放射された音を点 O で観測したら振動数が f の 1.5 倍であった。このことから音源の速度 v の大きさを求めなさい。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

次の文を読み，文中の［ア］〜［サ］にあてはまる数式を入れよ。

図1のように，振動数 f [Hz] の音源が速さ u [m/s] で，静止している観測者に向かって進んでいる。音速は V [m/s] とする。時刻 $t=0$ [s] で，音源は点P，観測者は点Qにあり，その間の距離は l [m] であった。この場合，観測者が聞く音の振動数がどうなるかを，以下のように考えてみよう。

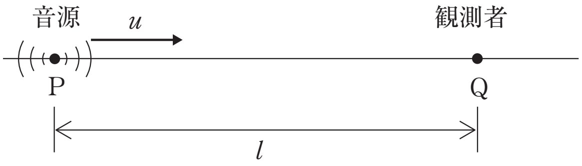


図1

(1) 時刻 $t=0$ で点Pにある音源から出た音は，時刻 $t_1=$ ［ア］ [s] のとき観測者に届く。時刻 $t=0$ から短い時間 Δt 秒後，音源は点Pから［イ］ [m] 離れた点に移動する。このとき，音源と点Qとの距離は［ウ］ [m] となるので，Δt 秒後に音源から出た音が観測者に届いたときの時刻は，$t_2=$ ［エ］ [s] となる。時間 Δt 秒の間に，音源から $f\Delta t$ 個の波が出るが，観測者は t_2-t_1 の間にこれを聞くことになる。したがって，観測者が聞く振動数は［オ］ [Hz] となる。逆に，音源が速さ u で，観測者から遠ざかる場合，観測者が聞く振動数は，［カ］ [Hz] となる。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

次に，図2のように，音源が進む方向の直線上とは異なる位置に，観測者が静止している場合を考えてみよう。音速は V とし，振動数 f の音源が u の速さで移動している。

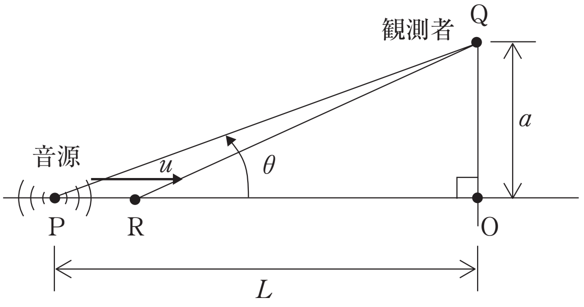


図2

(2)　時刻 $t=0$ で，音源は点Pにあり，観測者は点Qにあった。ここで，点Qから音源の進む方向の直線に下ろした垂線と音源の進む方向の直線との交点をOとする。このとき，PO間の距離は L [m]，QO間の距離は a [m] である。また，$\theta=\angle\mathrm{OPQ}$ とする。点Pから点Qまでの距離は，[キ] [m] である。したがって，時刻 $t=0$ に，点Pから出た音が点Qに伝わるのは，時刻 $t_3=$ [ク] [s] である。次に，短い時間 Δt 秒の間に，音源が u の速さで点Pから点Rの位置に進んだとする。このとき，点Qから点Rまでの距離を θ を用いて表すと [ケ] [m] となる。ただし，$(\Delta t)^2$ は無視できるとし，$\sqrt{1+x}\fallingdotseq 1+\frac{1}{2}x\ (|x|\ll 1)$ という近似式を用いることとする。点Rから出た音が点Qに伝わるのは，時刻 $t_4=$ [コ] [s] である。Δt 秒の間に，音源からは $f\Delta t$ 個の波が出るが，観測者は，これを t_4-t_3 の間に聞くことになる。したがって，観測者が聞く振動数 $f'=$ [サ] [Hz] となる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

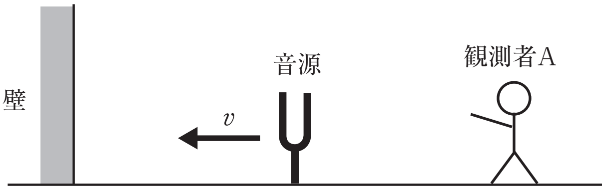
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 20 講　確認テスト

以下の［ 1 ］〜［ 8 ］にあてはまる答えを各解答群から１つ選び，マークせよ。ただし，同じ答えをくり返し用いてもよい。

図(a)のように，振動数 f_0 [Hz] の音源を，壁に向かって速さ v [m/s] で近づけ，音源の後方で静止している観測者 A が音を聞く。ただし音源は常に壁と観測者 A を結ぶ一直線上にあり，音源の速度は壁に直交しているものとする。また，空気に対する音源の速さ v [m/s] は音速 V [m/s] より小さいものとして，以下の問に答えよ。



図(a)

(1)　観測者 A が音源から直接聞く音の振動数は［ 1 ］$\times f_0$ [Hz] であり，その波長は［ 2 ］[m] である。また，壁から反射される音の振動数は，仮に観測者が壁のところに立っていたとしたときに聞く振動数に等しい。したがって，反射音の振動数は［ 3 ］$\times f_0$ [Hz]，反射音の波長は［ 4 ］[m] である。また，直接音と反射音によってうなりが生じた場合，観測者 A が聞くうなりの１秒あたりの回数は［ 5 ］$\times f_0$ である。

次に，同じ音源を速さ v [m/s] で壁から遠ざけた場合，観測者 A が聞くうなりの１秒あたりの回数は［ 6 ］$\times f_0$ である。

［ 1 ］，［ 3 ］の解答群

① $\dfrac{V+v}{V}$　② $\dfrac{V}{V+v}$　③ $\dfrac{V-v}{V}$　④ $\dfrac{V}{V-v}$

⑤ $\dfrac{V+v}{v}$　⑥ $\dfrac{v}{V+v}$　⑦ $\dfrac{V-v}{v}$　⑧ $\dfrac{v}{V-v}$

［ 2 ］，［ 4 ］の解答群

① $\dfrac{V+v}{f_0}$　② $\dfrac{f_0}{V+v}$　③ $\dfrac{V-v}{f_0}$　④ $\dfrac{f_0}{V-v}$

⑤ $\dfrac{f_0}{V}$　⑥ $\dfrac{f_0}{v}$　⑦ $\dfrac{V}{f_0}$　⑧ $\dfrac{v}{f_0}$

［ 5 ］，［ 6 ］の解答群

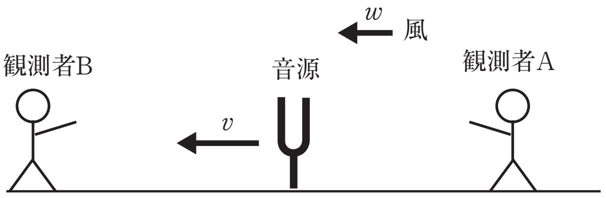
① $\dfrac{vV}{V^2-v^2}$　② $\dfrac{2vV}{V^2-v^2}$　③ $\dfrac{4vV}{V^2-v^2}$　④ $\dfrac{vV}{V^2+v^2}$

⑤ $\dfrac{2vV}{V^2+v^2}$　⑥ $\dfrac{4vV}{V^2+v^2}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　図(b)のように，静止している観測者 A から静止している観測者 B に向かって，水平面に平行に速さ w [m/s] の風が一様に吹いている場合を考える。いま，A と B を結ぶ一直線上において，振動数 f_0 [Hz] の音源を速さ v [m/s] で A から B の方向に近づけたとする。ただし，$w < v < V$ とする。このとき，観測者 A が聞く音の振動数は [7] $\times f_0$ [Hz] であり，観測者 B が聞く音の振動数は [8] $\times f_0$ [Hz] である。



図(b)

[7], [8] の解答群

① $\dfrac{V+w}{V+w+v}$　② $\dfrac{V+w}{V+w-v}$　③ $\dfrac{V+w}{V-w+v}$　④ $\dfrac{V-w}{V+w+v}$

⑤ $\dfrac{V-w}{V+w-v}$　⑥ $\dfrac{V-w}{V-w+v}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 20 講　解答

1

(1)　(ア)　$f_r - f_d$

(2)　(イ)　$\dfrac{V+v}{V}f_0$　　(ウ)　$\dfrac{V}{V-v}f_1$

(エ)　$\dfrac{V+v}{V-v}f_0$　　(オ)　f_0

(カ)　$\dfrac{2v}{V-v}f_0$

(3)　(キ)　$V+w$　　(ク)　$V-w$

(ケ)　$\dfrac{(V+w)+v}{V+w}f_0$　　(コ)　$\dfrac{V-w}{(V-w)-v}f_1'$

(サ)　$\dfrac{(V-w)(V+w+v)}{(V-w-v)(V+w)}f_0$　　(シ)　f_0

(ス)　$\dfrac{2vV}{(V-w-v)(V+w)}f_0$

2

問１　$\tan\theta = \dfrac{l}{l-vT}$　　問２　$\dfrac{c}{c-v\cos\theta}f$

問３　$\dfrac{c}{f}$　　問４　220 [m/s]

3

ア　$\dfrac{l}{V}$　　イ　$u\Delta t$

ウ　$l-u\Delta t$　　エ　$\Delta t + \dfrac{l-u\Delta t}{V}$

オ　$\dfrac{V}{V-u}f$　　カ　$\dfrac{V}{V+u}f$

キ　$\sqrt{L^2+a^2}$　　ク　$\dfrac{\sqrt{L^2+a^2}}{V}$

ケ　$\sqrt{L^2+a^2} - u\Delta t\cos\theta$　　コ　$\Delta t + \dfrac{\sqrt{L^2+a^2} - u\Delta t\cos\theta}{V}$

サ　$\dfrac{V}{V-u\cos\theta}f$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第20講　確認テスト

【解答】

1　②	2　①	3　④	4　③	5　②
6　②	7　⑥	8　②		

【解説】

(1)　ドップラー効果の公式を用いる。

直接音
$$\begin{cases} f_{直}=\dfrac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{V+v}}\cdot f_0{}_{_1} \\ \lambda_{直}=\dfrac{\boldsymbol{V+v}}{\boldsymbol{f_0}}{}_{_2} \end{cases}$$

反射音
$$\begin{cases} f_{反}=\dfrac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{V-v}}\cdot f_0{}_{_3} \\ \lambda_{反}=\dfrac{\boldsymbol{V-v}}{\boldsymbol{f_0}}{}_{_4} \end{cases}$$

うなりの１秒あたりの回数は

$$\Delta f=\left|f_{直}-f_{反}\right|=\frac{2vV}{V^2-v^2}\cdot f_0{}_{_5}$$

音源の運動方向を逆向きにするとき，$v\to(-v)$ とすればよいので，うなりの回数は

$$\Delta f'=\left|\frac{V}{V-v}f_0-\frac{V}{V+v}f_0\right|=\Delta f=\frac{\boldsymbol{2vV}}{\boldsymbol{V^2-v^2}}\cdot f_0{}_{_6}$$

(2)　風が吹くと，音速が変化することに注意。

Aが聞く音：$f_{\mathrm{A}}=\dfrac{(V-w)}{(V-w)+v}f_0=\dfrac{\boldsymbol{V-w}}{\boldsymbol{V-w+v}}\cdot f_0{}_{_7}$

Bが聞く音：$f_{\mathrm{B}}=\dfrac{(V+w)}{(V+w)-v}f_0=\dfrac{\boldsymbol{V+w}}{\boldsymbol{V+w-v}}\cdot f_0{}_{_8}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。